Blatt 3 Abgabe: **Dienstag, 26.4.16** zu Beginn der Vorlesung

Aufgabe 7 *Mal was richtig kurzes*

Ein Teilchen (Masse m, 1dim. Bewegung) mit $v(t=0)=v_0$ erfährt die Reibungskraft $-\alpha m/v^2$. Wann ($t_1 =?$) kommt es zur Ruhe? Wieviel kinetische Energie verliert es pro Zeit: $\dot{T} =?$ Was ergibt das $\int_0^{t_1} dt$ über die Funktion $-\dot{T}(t)$?

(3 Punkte)

Aufgabe 8 *Minigolf*

Den 1. Mai verbringt Herr Statler jedes Jahr auf dem Minigolfplatz. Die Höhenunterschiede einer Minigolfbahn wirken auf den Golfball wie ein zweidimensionales Kraftfeld $\mathbf{K}(x,y)$. Herr Statler spielt an einer Bahn, die durch das Kraftfeld

$$\mathbf{K}(x,y) = \frac{1}{1+((x-1)^2+y^2)^2}\begin{pmatrix} x-1 \\ y \end{pmatrix}$$

beschrieben wird.

(a) Skizzieren Sie das Kraftfeld.

(b) Berechnen Sie explizit (Kurvenintegral!) die Arbeit entlang der drei von Herrn Statler gespielten Ballwege,

$$\mathbf{x}_1(t) = \begin{pmatrix} t \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x}_2(t) = \begin{pmatrix} 1+\cos\pi t \\ \sin\pi t \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x}_3(t) = \begin{pmatrix} 1+(1-t)\cos 4\pi t \\ (1-t)\sin 4\pi t \end{pmatrix},$$

die alle in der Zeit $0 \le t \le 1$ durchlaufen werden.

(c) Überprüfen Sie die notwendige Bedingung $\frac{\partial K_x}{\partial y} - \frac{\partial K_y}{\partial x} = 0$ für ein konservatives Kraftfeld.

(d) Zeigen Sie, daß das Kraftfeld konservativ ist, indem Sie ein Potential $V(x,y)$ bestimmen Vergleichen Sie die hiermit berechenbare Arbeit mit dem Resultat aus (b).
Hinweis: Vergessen Sie nicht, die Probe zu machen!

(e) Herrn Statlers Ziel ist es, den Ball (Masse m) von $(x,y)=(0,0)$ ins Loch bei $(x,y)=(1,0)$ zu befördern. Dazu verleiht er ihm durch einen gezielten Schlag eine Anfangsgeschwindigkeit in der Position $(0,0)$, worauf der Ball unter Einfluß von $\mathbf{K}$ rollt. Begründen Sie, daß es genau eine Schlagrichtung gibt, um den Ball ins Loch zu befördern, und geben Sie die notwendige Abschlagsgeschwindigkeit an.

(f) Ist es möglich, auf der Bahn den Ball so zu schlagen, daß er eine Kreisbahn beschreibt?

(1+3+1+2+1+1=9 Punkte)

Aufgabe 9 *Mechanische Ähnlichkeit, Virialsatz*

(a) Aus Beobachtungen der Planetenbewegung an Sternsystemen in einem Paralleluniversum schließt man, dass sich bei Verdoppelung des Bahnradius die Umlaufzeit vervierfacht. Bestimmen Sie – soweit wie möglich – das Gravitationspotential im Paralleluniversum.

(b) Ein Planet bewegt sich auf einer stabilen Bahn um einen Stern. Der Stern verliert schlagartig einen Teil seiner Masse, die kinetische Energie des Planeten bleibt dabei unverändert. Wieviel Masse darf der Stern höchstens verlieren, damit sich der Planet nach dem Massenverlust weiterhin auf einer stabilen Bahn bewegt?

(c) Betrachten Sie einen Stern, der so langsam Masse verliert, dass zu jedem Zeitpunkt der Virialsatz gilt. Ein Planet bewege sich um den Stern auf einer Kreisbahn mit Radius $R(t)$. Finden Sie einen Zusammenhang zwischen $R(t)$ und der Masse $M(t)$ des Sterns.

(2+2+2=6 Punkte)