Blatt 12 Abgabe: **Dienstag, 05.07.05** vor der Vorlesung

Aufgabe 40 *Ein Draht*

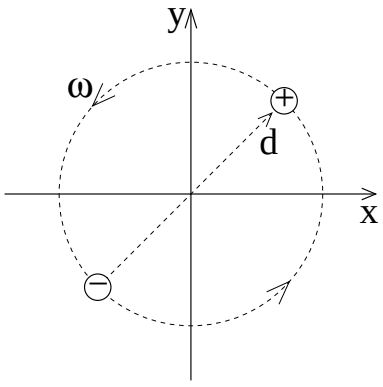
Durch einen Draht, der entlang der z-Achse verläuft, fließt ein zeitabhängiger Strom

$$\mathbf{j}(t) = \begin{cases} 0\,, & t \le 0 \\ \alpha t\, \mathbf{e}_z\,, & t > 0 \end{cases} \qquad \alpha \text{ konstant.}$$

Es werde angenommen, daß der Draht ungeladen ist. Bestimmen Sie die (zeitabhängigen) Felder $\mathbf{E}$, $\mathbf{B}$ im Abstand ρ zum Draht. Diskutieren Sie die Felder für große Zeiten $ct \gg \rho$, und für $ct \gtrsim \rho$.
Hinweis: Der schnörkellose Weg, über die retardierten Potentiale, führt direkt zum Erfolg.

Aufgabe 41 *Dipolstrahlung*

Ein elektrischer Dipol (Dipolmoment d) in der xy-Ebene rotiert mit Winkelgeschwindigkeit ω um die z-Achse. Bestimmen Sie die Strahlungsfelder und die Winkelabhängigkeit der abgestrahlten Leistung.
Welche Polarisation hat die Strahlung in Richtung z-Achse bzw. in der xy-Ebene?
Bemerkung: Als Strahlungsfelder bezeichnen wir den Anteil der Felder, der wie $1/r$ mit dem Abstand r zum Dipol abfällt.



Links die Andeutung eines rotierenden Dipols, rechts Heinrich Hertz

Aufgabe 42 *Ladung vor leitfähiger Ebene*

Eine Punktladung q befinde sich im Abstand $z = a/2$ vor einer unendlich ausgedehnten, leitenden, geerdeten Ebene bei $z = 0$.

(a) Welche Randbedingungen gelten für dieses elektrostatische Problem? Zeigen Sie, daß die Lösung der Poissongleichung $\Delta\Phi = -4\pi\rho$ im Halbraum $z > 0$ konstruiert werden kann, indem die Ebene durch eine geeignete zweite Punktladung („Spiegelladung“) ersetzt wird.
Wie lautet die Greensche Funktion für $z > 0$?

(b) Skizzieren Sie die Feldlinien und geben Sie $\mathbf{E}$ für einen Punkt $P(x, y, 0)$ der Ebene an.

(c) Wie lautet der Maxwellsche Spannungstensor im Punkt P und welche Kraft wirkt dort auf ein Flächenelement $dx\,dy$? Berechnen Sie die Gesamtkraft der leitfähigen Ebene auf die Punktladung q.

Aufgabe 43 *Leitende Kugel im elektrischen Feld*

Eine leitende ungeladene Kugelschale (Radius R) wird in ein äußeres homogenes statisches Feld $\mathbf{E} = E_z\mathbf{e}_z$ gebracht. Durch das äußere Feld wird Ladung auf der Kugelschale influenziert.

(a) Welche Randbedingungen muß das Potential Φ erfüllen?
(Es sind zwei: An der Kugelschale, und im Unendlichen.)

(b) Berechnen Sie das Potential $\Phi(r, \theta, \phi)$, und damit auch das Feld $\mathbf{E}$, außerhalb der Kugelschale aus der bekannten Reihenlösung der Laplace-Gleichung; die Koeffizienten dieser Reihenentwicklung bestimmen sich aus den Randbedingungen.
Wie groß sind Potential und Feld innerhalb der Kugel?

(c) Welche (Flächen-) Ladungsdichte $\sigma(\theta, \phi)$ stellt sich auf der Kugelschale ein?
Welche Kraft wirkt auf die Kugelschale?

(d) Was ändert sich, wenn die Kugel vor Einbringen ins Feld geladen ist? Was ändert sich, wenn die Kugel geerdet ist, sprich auf Potential $\Phi = 0$ gehalten wird?

Als Motto und als Zuspruch:

> *Nicht die Wahrheit, in deren Besitz irgendein Mensch ist oder zu sein vermeint, macht den Wert des Menschen aus, sondern die aufrichtige Mühe, die er angewandt hat, hinter die Wahrheit zu kommen.*

Und überhaupt:

> *Die Suche nach Wahrheit ist köstlicher als deren gesicherter Besitz.*
>
> Gotthold Ephraim Lessing